

## การวิเคราะห์ความแปรปรวน(ANOVA)

(ปรับปรุงครั้งที่1)

การวิเคราะห์ความแปรปรวน เป็นวิธีที่สามารถเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยหลาย ๆ ค่าพร้อมกันได้และสามารถแยกความแปรปรวนออกเป็น ส่วน ๆ ได้

หลักการที่ใช้คือต้องแยกความผันแปรของข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ความผันแปรระหว่างประชากร , ความผันแปรภายในประชากรเดียวกัน โดยที่ความผันแปรที่เกิดขึ้นทั้งหมดจะเท่ากับ ความผันแปรระหว่างประชากรรวมกับความผันแปรภายในประชากรเดียวกัน ถ้าความผันแปรระหว่างประชากรมีค่ามากเมื่อเทียบกับความผันแปรภายในประชากรเดียวกันแสดงว่าความแตกต่างระหว่างประชากรมากกว่าความแตกต่างภายในประชากรเดียวกัน แสดงว่าประชากรที่เรากำลังสนใจอยู่ซึ่งมีอยู่หลายกลุ่มมีอย่างน้อย 1 กลุ่มที่มีค่าเฉลี่ยแตกต่างไปจากกลุ่มอื่น

ตัวอย่าง เช่นต้องการทราบว่ายอดขายเฉลี่ยต่อเดือนของน้ำอัดลม 4 ชนิดแตกต่างกันหรือไม่ (ซึ่งถ้าเป็นการทดสอบสมมติฐานทั่วไปจะสามารถทดสอบได้ที่ละคู่เช่นการทดสอบค่าเฉลี่ยของยอดขายน้ำอัดลม 2 ชนิดว่าเท่ากันหรือไม่)

หรือเราอาจอยากรู้ว่าน้ำมัน 4 ยี่ห้อ เซลล์, เอสโซ่, ปตท., คาลเท็กซ์ ถ้านำมาใช้กับรถยนต์รุ่นเดียวกันโดยมีสภาพการใช้งานเหมือนกัน อัตราการกินน้ำมันจะเท่ากันหรือไม่

หรืออาจต้องการทดสอบอายุการใช้งานของถ่านไฟฉาย 5 ยี่ห้อ ตราแพะ, ตรากระบ, ตราแมว, ตรากระต่าย, ตราเสือ ว่ามีอายุการใช้งานเฉลี่ยต่างกันหรือไม่ ก็สามารถทำได้โดยวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวน ซึ่งในกรณีนี้ก็ถือว่า มีประชากรอยู่ 5 กลุ่มโดยสิ่งที่เราต้องการรู้ก็คือค่าเฉลี่ยของประชากร ( $\mu$ ) 5 กลุ่มนี้เท่ากันหรือไม่ ซึ่งสิ่งที่เราสนใจและต้องการนำมาเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเราจะเรียกว่าสิ่งทดลองหรือ Treatment จากตัวอย่างนี้ก็คือจะมีทั้งหมด 5 Treatment

จากตารางได้แสดงข้อมูลแต่ละตัวอยู่ในรูปของ  $X_{ij}$  ซึ่ง  $i$  ในที่นี้ก็คือ Treatment ที่  $i$  ส่วน  $j$  ในที่นี้ก็คือข้อมูลย่อยของ Treatment ที่  $i$  โดย  $i$  จะมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง  $k$  ส่วน  $j$  ก็จะมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง  $n$  เช่น  $X_{32}$  ก็จะหมายถึงข้อมูลของ Treatment ที่ 3 ตัวที่ 2

Treatment, ประชากร, สิ่งที่น่าสนใจเปรียบเทียบ					
	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	...	กลุ่มที่ k
	X <sub>11</sub>	X <sub>21</sub>	X <sub>31</sub>	...	X <sub>k1</sub>
	X <sub>12</sub>	X <sub>22</sub>	X <sub>32</sub>	...	X <sub>k2</sub>
	:	:	:		:
	X <sub>1n</sub>	X <sub>2n</sub>	X <sub>3n</sub>	...	X <sub>kn</sub>
ขนาดตัวอย่าง	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	n <sub>3</sub>	...	n <sub>k</sub>
ผลรวม	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	...	T <sub>k</sub>
ค่าเฉลี่ย	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_3$	...	$\bar{X}_k$

ข้อสมมติในการวิเคราะห์ความแปรปรวน

1. ตัวอย่างต้องได้มาอย่างไม่เจาะจง
2. ประชากรแต่ละกลุ่มต้องมีการแจกแจงแบบปกติ
3. ความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มมีค่าเท่ากัน ( $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_k^2$ )

ขั้นตอนในการวิเคราะห์ความแปรปรวน(แบบจำแนกทางเดียว:One Way ANOVA)

### 1. ตั้งสมมติฐาน

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$  ประชากรแต่ละกลุ่มมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \dots \neq \mu_k$  มีประชากรอย่างน้อยหนึ่งกลุ่มมีค่าเฉลี่ยต่างไปจากกลุ่มอื่น

### 2. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ( $\alpha$ )

### 3. คำนวณหาตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ SST, SSTr, SSE, MSTr, MSE เพื่อนำไปสร้างตาราง ANOVA

$$CM = \frac{(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij})^2}{N} \quad \text{หรือ} \quad CM = (\sum T_i)^2 / N$$

$$SST = \sum \sum x_{ij}^2 - CM \quad SST = \sum \sum (x_{ij} - \bar{x})^2$$

SST คือ ความแปรปรวน(ความผันแปร)ทั้งหมดของข้อมูล

$$SSTr = \sum \frac{T_i^2}{n} - CM \qquad SSTr = \sum n_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

SSTr ความแปรปรวน(ความผันแปร)ระหว่าง Treatment

$$SSE = SST - SSTr \qquad SSE = \sum \sum (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

SSE ความแปรปรวน(ความผันแปร)ภายใน Treatment เดียวกัน หรือผลบวกของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

$$MSE = \frac{SSE}{N - k} \qquad MSTr = \frac{SSTr}{k - 1}$$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ  $F = \frac{MSTr}{MSE}$

#### ตาราง ANOVA

Source(แหล่งของความแปรปรวน หรือแหล่งของความผันแปร)	องศาอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่าเฉลี่ยกำลังสอง	F
	Df	SS	MS=SS/df	
ระหว่างTreatment (Between Group)	k-1	SSTr	MSTr	$\frac{MSTr}{MSE}$
ภายในTreatment (ความคลาดเคลื่อน : Error)	N-k	SSE	MSE	
รวม(Total)	N-1	SST		

4. หาขอบเขตของการยอมรับและปฏิเสธ  $H_0$  โดยเปิดตาราง F เปิดที่  $F_{\alpha, v_1, v_2}$  โดยที่  $\alpha$  คือระดับนัยสำคัญ,  $v_1$  คือ df ของ Treatment = k-1, ส่วน  $v_2$  คือ df ของ Error = N-k

5. สรุปผล จะปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อ ค่า F ที่ได้จากการคำนวณมีค่ามากกว่าค่า F ที่ได้จากการเปิดตาราง นั่นคือจะปฏิเสธ  $H_0$  ก็ต่อเมื่อ  $F$  จากการคำนวณ  $> F_{\alpha, v_1, v_2}$

**ตัวอย่างที่ 1** จากการทดสอบอายุการใช้งานของถ่านไฟฉายขนาดเล็ก 4 ชนิดโดยนำมาทดสอบกับเครื่องเล่นเทปชนิดหนึ่ง ผลการทดสอบอายุการใช้งาน(มีหน่วยเป็นนาที) แสดงในตารางข้างล่างนี้

		ชนิดของถ่านไฟฉาย				
		1	2	3	4	
		40	27	11	17	
		24	29	31	21	
		46	20	17	28	
		20	39	37	33	
		35	45	39	21	
รวม		165	160	135	120	580
เฉลี่ย		33	32	27	24	29

จากผลการทดสอบที่ได้ข้างต้นอยากทราบว่าถ่านไฟฉาย 4 ชนิดนี้มีอายุการใช้งานโดยเฉลี่ยต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ = 0.05 ( $\alpha = .05$ )

วิธีทำ 1. ตั้งสมมติฐาน

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$  ถ่านไฟฉายทั้ง 4 ชนิดมีอายุการใช้งานโดยเฉลี่ยเท่ากัน

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4$  มีถ่านไฟฉายอย่างน้อยหนึ่งชนิดที่มีอายุการใช้งานเฉลี่ยต่างไป

จากชนิดอื่น

2. ระดับนัยสำคัญ = .05

$$V_1 = 4 - 1 = 3$$

คือ df ของ treatment

$$V_2 = 20 - 4 = 16$$

คือ df ของความคลาดเคลื่อน(Error)

3. คำนวณค่าสถิติต่างๆ

$$CM = \frac{(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij})^2}{N} = 580^2 / 20 = 16,820$$

$$\begin{aligned} SST &= \sum \sum x_{ij}^2 - CM \\ &= (40^2 + 24^2 + \dots + 33^2 + 21^2) - 16,820 = 18,738 - 16,820 = \mathbf{1,918} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SSTr &= \sum \frac{T_i^2}{n} - CM \\ &= \left( \frac{165^2}{5} + \frac{160^2}{5} + \frac{135^2}{5} + \frac{120^2}{5} \right) - 16,820 = 17,090 - 16,080 = \mathbf{270} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SSE &= SST - SSTr \\ &= 1,918 - 270 = \mathbf{1,648} \end{aligned}$$

## สร้างตาราง ANOVA

Source(แหล่งของความแปรปรวน หรือแหล่งของความผันแปร)	องศาอิสระ df	ผลบวกกำลังสอง SS	ค่าเฉลี่ยกำลังสอง MS=SS/df	F
ระหว่างTreatment (Between Group)	3	270	90	$\frac{90}{103} = 0.8$
ภายในTreatment (ความคลาดเคลื่อน : Error)	16	1,648	103	
รวม(Total)		1,918		

- เปิดค่า F จากตารางโดยเปิดที่  $\alpha = 0.05$   $v_1 = 3$   $v_2 = 16$  จะได้  $F_{.05,3,16} = 3.24$
- สรุปผล ค่า F ที่ได้จากการคำนวณ = 0.8 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่า F ที่ได้จากการเปิดตาราง (ซึ่งมีค่า 3.24) ดังนั้นจึงยอมรับ  $H_0$  นั่นก็คืออายุการใช้งานโดยเฉลี่ยของถ่านไฟฉายทั้ง 4 ชนิดเท่ากัน

จากตัวอย่างนี้สิ่งที่สนใจก็คืออายุการใช้งานของถ่านไฟฉายทั้ง 4 ชนิด ดังนั้น สิ่งที่คุณทดสอบต้องระวังก็คือเครื่องเล่นเทปที่นำมาเป็นเครื่องมือในการทดสอบจะต้องไม่มีความแตกต่างกันคือแต่ละเครื่องจะต้องมีคุณสมบัติเหมือนกันทุกประการหรือถ้าจะให้ดีควรจะใช้เครื่องเล่นเทปเครื่องเดียวในการทดสอบเพื่อป้องกันการคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากเครื่องเล่นเทปแต่ละเครื่องมีประสิทธิภาพไม่เหมือนกัน หรืออาจกล่าวได้ว่าในการทดสอบ ANOVA แบบ One Way ข้างต้น สิ่งที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ก็คือตัว Treatment โดยที่ผู้ทำการทดสอบจะต้องพยายามควบคุมปัจจัยอื่น ๆ ให้คงที่

ตัวอย่างที่ 2 ผู้บริหารโรงพยาบาลหนึ่งอยากทราบว่าผู้ที่เข้าชมภาพยนตร์ในวันเสาร์ต้นเดือนจะเท่ากันหรือไม่ในแต่ละรอบ จึงได้ทำการตรวจสอบยอดขายตั๋วของโรงพยาบาลในเครือซึ่งฉายหนังเรื่องเดียวกัน โดยมีรายละเอียดดังนี้ ตรวจสอบยอดขายตั๋วรอบสาย 5 โรง, รอบบ่าย 3 โรง, รอบเย็น 5 โรง, รอบค่ำ 4 โรง, และรอบดึก 2 โรง ซึ่งการตรวจสอบยอดขายกระทำเสร็จสิ้นในวันเดียวกันผลปรากฏข้อมูลดังในตารางข้างล่าง และจากข้อมูลที่ได้จำนวนผู้เข้าชมภาพยนตร์ในแต่ละรอบมีความแตกต่างกันหรือไม่ในทางสถิติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ( $\alpha=0.05$ )

โรงหนัง	ยอดขายตั๋วในแต่ละรอบ					
	สาย	บ่าย	เย็น	ค่ำ	ดึก	
รังสิต	72	82	86	70	80	
บางแค	80	80	83	73	80	
บางนา	78	84	82	70		
ปิ่นเกล้า	70		80	75		
ลาดพร้าว			79			
รวม ( $T_i$ )	300	246	410	288	160	<b>1,404</b>
$T_i^2/n$	22,500	20,172	33,620	20,736	12,800	

วิธีทำ 1. ตั้งสมมติฐาน  $H_0 : \mu_{สาย} = \mu_{บ่าย} = \mu_{เย็น} = \mu_{ค่ำ} = \mu_{ดึก}$

$H_1 : \mu_{สาย} \neq \mu_{บ่าย} \neq \mu_{เย็น} \neq \mu_{ค่ำ} \neq \mu_{ดึก}$

2.  $\alpha = 0.05$        $V_1 = 5 - 1$        $V_2 = N - K = 18 - 5 = 13$

3. คำนวณค่าสถิติ

$$CM = \left( \sum \sum x_{ij} \right)^2 / N = 1,404^2 / 18 = 109,512$$

$$SST = \sum \sum x_{ij}^2 - CM = (72^2 + 80^2 + \dots + 80^2 + 80^2) - 109,512 = 440$$

$$SSTr = \sum \frac{T_i^2}{n} - CM = \left( \frac{300^2}{4} + \frac{246^2}{3} + \frac{410^2}{5} + \frac{288^2}{4} + \frac{160^2}{2} \right) - 109,512$$

$$= (22,500 + 20,172 + 33,620 + 20,736 + 12,800) - 109,512 = 316$$

$$SSE = SST - SSTr = 440 - 316 = 124$$

## สร้างตาราง ANOVA

Source	องศาอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่าเฉลี่ยกำลังสอง	F
	df	SS	MS=SS/df	
ระหว่างTreatment (Between Group)	k-1=4	316	79	$\frac{79}{9.53} = 8.28$
ภายในTreatment (ความคลาดเคลื่อน)	N-K=13	124	9.53	
รวม(Total)	N-1=17	440		

4. หาขอบเขตการยอมรับและปฏิเสธ  $H_0$  โดยการเปิดตาราง F

ที่  $\alpha = 0.05$ ,  $V_1 = 4$ ,  $V_2 = 13$  ซึ่งจะได้ ค่า  $F_{.05,4,13} = 3.18$

5. สรุปผล ค่า F ที่ได้จากการคำนวณมีค่ามากกว่าค่า F ที่ได้จากการเปิดตาราง ดังนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$  แสดงว่า จำนวนคนที่เข้าชมภาพยนตร์แต่ละรอบมีอย่างน้อย 1 รอบที่มีค่าเฉลี่ยแตกต่างไปจากรอบอื่น ๆ

จากตัวอย่างที่ 2 หลังจากการวิเคราะห์แล้วทำให้ทราบว่า จำนวนคนที่เข้าชมภาพยนตร์แต่ละรอบมีอย่างน้อย 1 รอบที่มีค่าเฉลี่ยแตกต่างไปจากรอบอื่น ๆ ข้อควรระวังจากการวิเคราะห์ด้วยวิธีข้างต้นก็คือเราจะไม่ทราบว่าจำนวนคนเข้าชมภาพยนตร์รอบใดต่างไปจากรอบใดบ้าง แต่ถ้าต้องการทราบก็สามารถทดสอบได้ อาจจะใช้วิธีจับเป็นคู่ ๆ แล้วทำการทดสอบเช่น รอบสายคู่กับรอบเย็น ซึ่งถ้าใช้วิธีนี้จะเสียเวลาค่อนข้างมากเพราะจะต้องจับคู่ทุกคู่ ดังนั้นจึงมีผู้คิดวิธีอื่นที่เสียเวลาน้อยกว่าและสามารถค้นหากลุ่มที่แตกต่างจากกลุ่มอื่น ๆ ได้ นั่นก็คือวิธี Least Significant Difference(LSD)

จากตัวอย่างที่ 2 สิ่งที่อยู่ในความสนใจของผู้ทดสอบคือจำนวนคนที่ดูหนังในแต่ละรอบว่าเท่ากันหรือไม่ แต่สิ่งที่ไม่ได้สนใจก็คือตัวโรงภาพยนตร์ คือผู้ทดสอบไม่ได้สนใจว่าคนดูหนังนิยมนิทรรศการ 5 เท่ากันหรือไม่ ซึ่งถ้าจะให้ดีแล้วผู้ทดสอบควรจะให้ปัจจัยอื่น ๆ คงที่แล้วเปลี่ยนแปลงเฉพาะรอบการฉายหนัง แต่ถ้าทำอย่างนั้นก็จะเก็บข้อมูลได้แค่ 5 ชุดเท่านั้นต่อ 1 วัน แล้วจะไปเก็บข้อมูลวันอื่น ๆ ได้หรือไม่ เช่น เก็บข้อมูลวันเสาร์, วันอาทิตย์, วันจันทร์ ฯลฯ คำตอบก็คือได้ แต่ถ้าไปเก็บข้อมูลวันอื่น ๆ นั้นย่อมแสดงว่าไม่ใช่วันเสาร์ต้นเดือน และก็จะไม่ตรงกับวัตถุประสงค์ของผู้บริหารอีก

## การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทาง(Two Way ANOVA)

เป็นวิธีที่ใช้วิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ย โดยมีลักษณะที่ต้องการวิเคราะห์อยู่ 2 ลักษณะเช่น โรงงานผลิตสินค้าแห่งหนึ่งมีเครื่องจักรอยู่ 4 รุ่น และมีคนคุมเครื่องจักรอยู่ 3 คนถ้าให้คนงานแต่ละคนคุมเครื่องจักรทุก ๆ เครื่องแล้ววัดจำนวนสินค้าที่ผลิตได้ จากข้อมูลดังกล่าวจะเห็นว่าปัจจัยที่มีผลกระทบต่อจำนวนสินค้าที่ผลิตได้มีอยู่ 2 ปัจจัยคือ ตัวเครื่องจักร กับตัวคนงาน ซึ่งเราสามารถที่จะตรวจสอบว่ากำลังการผลิตของเครื่องจักรทั้ง 4 แตกต่างกันหรือไม่ และประสิทธิภาพในการคุมเครื่องจักรของคนทั้ง 3 เท่ากันหรือไม่ โดยลักษณะแรกที่น่าสนใจจะเรียกกันว่า Treatment และลักษณะที่สองมักจะเรียกกันว่า Block (ตำราบางเล่มอาจใช้คำว่าปัจจัย B ก็ได้) ซึ่งตารางการจำแนกข้อมูลชนิด 2 ทางก็จะเป็นดังนี้

Block (ลักษณะที่ 2)	Treatment,(ลักษณะแรกที่ต้องการเปรียบเทียบ)					รวม	เฉลี่ย
	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	...	กลุ่มที่ k		
1	$X_{11}$	$X_{21}$	$X_{31}$	...	$X_{k1}$	$B_1$	$\bar{X}_{B1}$
2	$X_{12}$	$X_{22}$	$X_{32}$	...	$X_{k2}$	$B_2$	$\bar{X}_{B2}$
3	$X_{13}$	$X_{23}$	$X_{33}$	...	$X_{k3}$	$B_3$	$\bar{X}_{B3}$
:	:	:	:	...	:	:	:
n	$X_{1n}$	$X_{2n}$	$X_{3n}$	...	$X_{kn}$	$B_n$	$\bar{X}_{Bn}$
ผลรวม	$T_1$	$T_2$	$T_3$	...	$T_k$	$TB$	
ค่าเฉลี่ย	$\bar{X}_{T1}$	$\bar{X}_{T2}$	$\bar{X}_{T3}$	...	$\bar{X}_{Tk}$		

$$TB = \text{ผลรวมของค่าสังเกตทั้งหมด} = \sum \sum X_{ij} \quad i = 1 \text{ ถึง } k, j = 1 \text{ ถึง } n$$

$$T_i = \text{ผลรวมของ Treatment} \quad B_j = \text{ผลรวมของ Block}$$

$$SST = \sum \sum x_{ij}^2 - CM \quad SStr = \sum \frac{T_i^2}{n} - CM \quad SSB = \sum \frac{B_j^2}{k} - CM$$

$$SSE = SST - SStr - SSB$$



### ตาราง ANOVA ในการวิเคราะห์แบบ Two Way

Source (แหล่งของความแปรปรวน)	องศาอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่าเฉลี่ยกำลังสอง	F
	df	SS	MS=SS/df	
ระหว่าง Treatment	k-1	SSTr	MSTr	MSTr/MSE
ระหว่าง Block	n-1	SSB	MSB	MSB/MSE
ความคลาดเคลื่อน	(k-1)(n-1)	SSE	MSE	
รวม	N-1	SST		

#### การวิเคราะห์ความแปรปรวน 2 ทาง

##### 1. ตั้งสมมติฐาน

สำหรับ Treatment  $H_0 : \mu_{T1} = \mu_{T2} = \dots = \mu_T$  ค่าเฉลี่ยทุก Treatment เท่ากัน

$H_1 : \mu_{T1} \neq \mu_{T2} \neq \dots \neq \mu_T$  มีอย่างน้อย 1 Treatment ที่มีค่าเฉลี่ยไป  
จาก Treatment อื่น

สำหรับ Block  $H_0 : \mu_{B1} = \mu_{B2} = \dots = \mu_B$  ค่าเฉลี่ยของทุก Block เท่ากัน

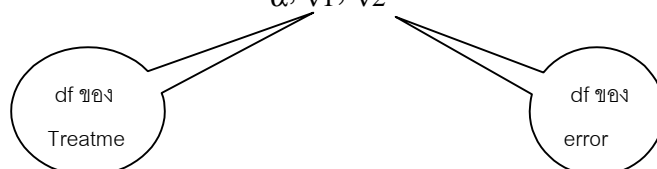
$H_1 : \mu_{B1} \neq \mu_{B2} \neq \dots \neq \mu_B$  มีอย่างน้อย 1 Block ที่ค่าเฉลี่ยต่างไปจาก  
Block อื่น

##### 2. กำหนด $\alpha$

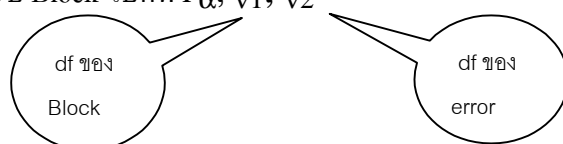
##### 3. คำนวณค่าทางสถิติ SST, SSTr, SSB, SSE และสร้างตาราง ANOVA

##### 4. เปิดตาราง F เพื่อหาเขตยอมรับและปฏิเสธ $H_0$

สำหรับ Treatment เปิดที่  $F_{\alpha, v1, v2}$



สำหรับ Block เปิดที่  $F_{\alpha, v1, v2}$



5. สรุปผล ยอมรับ  $H_0$  เมื่อ  $F$  คำนวณ  $\leq F_{\alpha, v_1, v_2}$

ปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อ  $F$  คำนวณ  $> F_{\alpha, v_1, v_2}$

**ตัวอย่างที่ 3** โรงงานผลิตสินค้าแห่งหนึ่งมีเครื่องจักรอยู่ 4 รุ่นคือ A, B, C, และ D และมีคนคุมเครื่องจักรอยู่ 3 คนคือนายสมชาย, สมศักดิ์ และ สมหมาย ถ้าให้คนงานแต่ละคนคุมเครื่องจักรทุก ๆ เครื่องแล้ววัดจำนวนสินค้าที่ผลิตได้ต่อวัน ผลที่ได้ปรากฏในตารางต่อไปนี้ และจากข้อมูลในตารางให้ตรวจสอบว่ากำลังการผลิตสินค้าของเครื่องจักรทั้ง 4 เท่ากันหรือไม่ และคนงานทั้ง 3 มีประสิทธิภาพในการคุมเครื่องจักรเท่ากันหรือไม่ กำหนด  $\alpha = 0.05$

คนงาน	เครื่องจักร				รวม( $B_j$ )	$B_j^2$	$B_j^2/k$
	A	B	C	D			
สมชาย	7	6	8	7	<b>28</b>	784	196
สมศักดิ์	2	4	4	4	<b>14</b>	196	49
สมหมาย	4	6	5	3	<b>18</b>	324	81
ผลรวม( $T_i$ )	<b>13</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>14</b>	<b>60</b>		
$T_i^2$	169	256	289	196			
$T_i^2/n$	56.3	85.3	96.3	65.3			

**วิธีทำ** 1. ตั้งสมมติฐาน กำหนดให้ Treatment คือ เครื่องจักร และคนงานเป็น Block

สำหรับ Treatment จะได้  $H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$      $H_1 : \mu_A \neq \mu_B \neq \mu_C \neq \mu_D$

สำหรับ Block จะได้  $H_0 : \mu_{\text{สมชาย}} = \mu_{\text{สมศักดิ์}} = \mu_{\text{สมหมาย}}$      $H_1 : \mu_{\text{สมชาย}} \neq \mu_{\text{สมศักดิ์}} \neq \mu_{\text{สมหมาย}}$

2. กำหนด  $\alpha = 0.05$      $n=3$      $k=4$

3. คำนวณค่าสถิติ

$$SST = \sum \sum x_{ij}^2 - CM = (7^2 + 2^2 + \dots + 3^2) - \frac{60^2}{12} = 36$$

$$SSTr = \sum \frac{T_i^2}{n} - CM = \left( \frac{13^2}{3} + \frac{16^2}{3} + \frac{17^2}{3} + \frac{14^2}{3} \right) - \frac{60^2}{12} = 3.33$$

$$SSB = \sum \frac{B_j^2}{k} - CM = \left( \frac{28^2}{4} + \frac{14^2}{4} + \frac{18^2}{4} \right) - \frac{60^2}{12} = 26$$

$$SSE = SST - SStr - SSB = 36 - 3.33 - 26 = 6.67$$

## สร้างตารางANOVA

Source (แหล่งของความแปรปรวน)	องศาอิสระ df	ผลบวกกำลังสอง SS	ค่าเฉลี่ยกำลังสอง MS=SS/df	F
ระหว่าง Treatment	4-1=3	3.33	1.11	1.11/1.11= 1
ระหว่าง Block	3-1=2	26	13	13/1.11= 11.7
ความคลาดเคลื่อน	(4-1)(3-1)=6	6.67	1.11	
รวม	11	36		

4. เปิดตารางค่า F เพื่อหาเขตยอมรับและเขตปฏิเสธ  $H_0$

ค่า F สำหรับ Treatment คือ  $F_{.05,3,6} = 4.76$

ค่า F สำหรับ Block คือ  $F_{.05,2,6} = 5.14$

5. สรุปผล สำหรับ Treatment ค่า  $F^{tr}$  ที่ได้จากการคำนวณมีค่าน้อยกว่าค่า F ที่ได้จากการเปิดตาราง ดังนั้นจึงยอมรับ  $H_0$  นั่นก็คือเครื่องจักรแต่ละ เครื่องให้ผลผลิตเท่ากัน

สำหรับ Block ค่า  $F^{bl}$  ที่ได้จากการคำนวณมีค่ามากกว่า ค่า F ที่ได้จากการเปิดตาราง ดังนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นก็คือ ประสิทธิภาพในการทำงานของคนทั้ง 3 ไม่เท่ากัน

## หนังสือที่ต้องอ่านประกอบ

กัลยา วาณิชบัญชา. การวิเคราะห์สถิติ:สถิติเพื่อการตัดสินใจ. คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540

ฉันทลักษณ์ ณ ป้อมเพชร. สถิติเพื่องานบริหาร. คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, 2539

Medenhall, Beare&Beare. Business Statistic. 4<sup>th</sup> ed. Duxbury Press, Tokyo, Japan, 1996.

### แบบฝึกหัดเรื่องการวิเคราะห์ความแปรปรวน

1. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นการบันทึกการทดสอบระยะทางที่วิ่งได้ของรถยนต์ 3 ชนิดโดยใช้น้ำมันต่างชนิดกันแต่ในปริมาณเท่า ๆ กัน

ชนิดของน้ำมัน	ระยะทางที่วิ่งได้(ก.ม.)		
	รถ ก	รถ ข	รถ ค
A	22.4	17.0	19.2
B	20.8	19.4	20.2
C	21.5	18.7	21.1

- 1.1 รถยนต์ทั้งสามชนิดกินน้ำมันต่างกันหรือไม่ที่  $\alpha = 0.01$   
 1.2 ชนิดของน้ำมันมีผลต่อระยะทางที่รถวิ่งได้หรือไม่ด้วยความเชื่อมั่น = 99%

2. ต่อไปนี้คือยอดขายสินค้าในสัปดาห์ที่ผ่านมาของพนักงานขาย 4 คน(ยอดขายสินค้ามีหน่วยเป็นชิ้น)

วัน	พนักงานคนที่			
	1	2	3	4
จันทร์	12	9	8	5
อังคาร	8	9	7	10
พุธ	8	4	5	6
พฤหัสบดี	8	1	4	7
ศุกร์	9	2	7	3

ยอดขายในแต่ละวันแตกต่างกันหรือไม่และพนักงานขายทั้ง 4 คนขายสินค้าได้เฉลี่ยต่อวันเท่ากันหรือไม่ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05